LA GEOMETRIA ENS ENVOLTA

TREBALL FINAL DE MÀSTER - MEMÒRIA

AUTOR: IGNASI MENÉNDEZ PEY

TUTOR: JOAN TRIAS PAIRO

DATA D'ENTREGA: 25-01-2010

ÍNDEX:

1. INTRODUCCIÓ:

El treball pretén:

- Mostrar l'aspecte i les característiques fonamentals de les còniques al pla i les quàdriques a l'espai.

- Identificar l'ús d'aquestes formes geomètriques en edificis emblemàtics de la ciutat de Barcelona.

- A partir d'una visita a la Sagrada Família, observar les diferents formes guerxades que fa servir Gaudí i reflexionar i debatre sobre les qualitats plàstiques i tècniques d'aquestes formes geomètriques.

- Reflexionar sobre la relació forma-funció.

2. APLICACIONS EN ELS CURSOS DE LA ESO I DE BATXILLERAT:

S'ha pensat aquest material com una font de recursos per a l'ensenyament en els cursos de la ESO i Batxillerat, seguint les consideracions e indicacions dels corresponents currículums d'educació.

2.1. CURRICULUM EDUCACIO SECUNDARIA OBLIGATORIA – DECRET 143/2007

El material s'adapta a les exigències del currículum en els següents punts:

a) En l'apartat que fa referència a la *competència matemàtica* s'especifica:

- "Pensar matemàticament. Construir coneixements matemàtics a partir de situacions on tingui sentit, experimentar, intuir, formular, comprovar i modificar conjectures, relacionar conceptes i realitzar abstraccions".

b) Es potencien les següents *competències bàsiques*:

- "coneixement i interacció amb el món físic
- autonomia i iniciativa personal.
- comunicació lingüística.
- expressió cultural i artística.
- social i ciutadana".

c) En l'estructuració dels continguts s'especifica:

- "Pel que fa a l'espai i forma, cal desenvolupar l'anàlisi de les característiques i propietats de les figures de dues i tres dimensions; localitzar i descriure relacions espacials; identificar i aplicar transformacions geomètriques, i utilitzar la visualització i models geomètrics per resoldre problemes".

d) En les consideracions per al desplegament del currículum s'especifica:

"Rellevància dels contextos. Cal que els continguts curriculars es treballin en contextos significatius i rics que mostrin l'origen concret dels conceptes matemàtics, la relació entre ells i la seva aplicació a problemàtiques diverses. Les situacions quotidianes, les culturalment significatives, les principals temàtiques de les diverses disciplines, però també els jocs i les pròpies matemàtiques, i en particular la seva història, han de ser les fonts que ens proporcionin els contextos més rellevants per aprendre matemàtiques".

e) S'exigeixen els següents objectius:

1. "Valorar les matemàtiques com a part de la cultura, tant des del punt de vista de la història com des de la diversitat cultural del món actual, i utilitzar la competència matemàtica per analitzar tot tipus de fenòmens del nostre món i per actuar de manera reflexiva i crítica en els diferents àmbits de la vida.

4. Organitzar i consolidar el pensament matemàtic propi i comunicar-lo als companys/es, professors/es i altres persones amb coherència i claredat, utilitzant i creant representacions matemàtiques que possibilitin aquesta comunicació.

5. Reconèixer i aplicar les matemàtiques en contextos no matemàtics, tot integrant-les en el conjunt de sabers que ha anat adquirint des de les diferents matèries així com des de la perspectiva del seu paper a la societat actual.

9. Identificar les formes i relacions espacials presents en l'entorn, i utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a descobrir i provar propietats geomètriques i per a resoldre problemes".

f) Pel que fa als continguts a assolir:

<u>ESO 1 – apartat ESPAI I FORMA</u>

"Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments sobre relacions geomètriques

<u>- Descripció de figures geomètriques de dues i tres dimensions a partir de l'observació d'objectes de la realitat.</u>

Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes

<u>- Reconeixement de la forma dels objectes en contextos diversos (l'arquitectura, l'art, la naturalesa, el disseny i la vida quotidiana)".</u>

<u>ESO 2 – apartat ESPAI I FORMA</u>

"Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments sobre relacions geomètriques

- Classificació d'objectes de dues i tres dimensions utilitzant les propietats que els defineixen".

<u>ESO 4 – apartat ESPAI I FORMA</u>

"Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes

<u>- Utilització d'idees geomètriques per resoldre problemes en contextos d'altres disciplines com l'art, l'arquitectura i la navegació".</u>

2.2. CURRICULUM BATXILLERAT – DECRET 142/2008

El material s'adapta a les exigències del currículum en els següents punts:

a) Pel que fa als continguts a assolir:

BAT 1 – apartat GENERAL

- "La integració de la cultura matemàtica en el procés d'ensenyament i aprenentatge, entesa com una activitat que permet que l'alumnat conegui moments històrics rellevants connectats amb els continguts que es desenvolupen en cada moment. Els apartats epistemològics que es tractin no s'haurien de limitar a una exposició purament anecdòtica".

BAT 1 – apartat GEOMETRIA

"Els vectors, una nova eina per resoldre problemes de geometria. Les còniques en àmbits no matemàtics.

- Llocs geomètrics: les còniques. Les còniques en l'art i l'arquitectura".

3. CORBES AL PLA I A L'ESPAI

El món de les figures geomètriques en el grau 2 pertanyen a les <u>còniques</u> (el·lipses, paràboles, hipèrboles, ...) i a l'espai a les <u>quàdriques</u> (el·lipsoides, cilindres parabòlics, cilindres el·líptics, cilindres hiperbòlics, hiperboloides d'un full, hiperboloides de 2 fulls, paraboloides hiperbòlics, paraboloides el·líptics, cons el·líptics,...)

3.1.CÒNIQUES

Totes les corbes que es poden obtenir com a seccions planes d'un con o un cilindre es denominen còniques. Aquestes corbes són també els punts (x,y) d'un pla que satisfan una equació del tipus:

$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2b_1x + 2b_2y + c = 0$

Tipus més rellevants de còniques:

3.1.1.CIRCUMFERÈNCIA

Donat un punt al pla (a,b) al sistema de coordenades habitual, i un número (real) positiu r, es denomina circumferència de centre (a,b) i radi r al lloc geomètric (o conjunt) de punts del pla que disten r del punt (a,b).

La condició per a que un punt (x,y) sigui de la circumferència de centre (a,b) i radi r és:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Una vegada desenvolupada la fórmula té aquesta forma:

$x^2 + y^2 + Ax + Bx + C = 0$

on $A=-2a$, $B= -2b$ y $C= a^2 + b^2 – r^2$

3.1.2.EL·LIPSE

És la figura plana que s'obté al tallar una superfície cònica de revolució per un pla que talli totes les generatrius i no passi pel vèrtex.

A la figura considerem un punt qualsevol P de l'el·lipse, que resulta del tall de la superfície cònica de revolució amb el pla π i la generatriu que passa per P. Siguin A i B els punts de tall d'aquesta generatriu amb les circumferències que determinen sobre la superfície cònica les dues esferes tangents a la superfície cònica i al pla π, y F i F' (els dos focus) els punts de tangència d'aquesta esfera amb el pla π. Llavors, PA = PF perquè són tangents a una mateixa esfera (la de dalt) i PB=PF', per un motiu similar. Amb això, PF + PF' = PA + PB = AB = longitud de qualsevol segment de generatriu determinat per les circumferències de tangència.

Com per qualsevol altre punt Q de π que no pertany a la superfície cònica, la suma de distàncies QF + QF' es diferent a AB, tenim que una el·lipse és el conjunt de punts del pla tals que les sumes de distancies (d'aquests punts) a dos punts fixos F, F' (anomenats focus) és constant. Aquesta constant (que val AB) s'acostuma a designar per 2a.

A fi de trobar la denominada equació reduïda de l'el·lipse, en el pla π situem els eixos habituals de coordenades de manera que l'origen sigui el punt mig de FF' i F'F sigui l'eix d'abscisses.

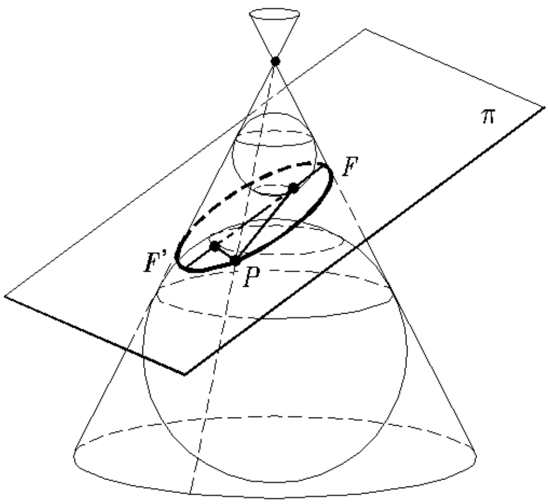
Anomenem 2c a la distancia focal, és a dir, la distancia entre F' i F, per tant, c= semidistancia focal, i fem d=distancia de F a P i d'= distancia de F' a P. Llavors la condició per a que un punt sigui de la el·lipse (correspon als paràmetres 2a i 2c) és:

d + d' = 2a

Expressant això amb coordenades i operant convenientment, aquesta condició és equivalent a:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

essent per definició b² = a² + c² (veure la figura per trobar la interpretació geomètrica de a, b y c).
La equació se'n diu equació reduïda de la el·lipse de semieixos a,b (on a≥b). Els vèrtex de la el·lipse són els punts (a,0), (-a,0), (0,b) y (0,-b) i l'origen (0,0) se'n diu el centre de la el·lipse. Els eixos de coordenades es denominen eixos principals de la el·lipse.



3.1.3.HIPÈRBOLA

La hipèrbola és la figura plana que s'obté al tallar una superfície cònica de revolució per un pla que és paral·lel a dos generatrius i no passa pel vèrtex.
Fem un raonament anàleg al cas de l'el·lipse, trobem pels punts de la hipèrbola, el punt P la caracterització:

$$\left|\overline{PF'-PF}\right|=\left|\overline{AB}\right| \qquad \text{(= constant)}$$

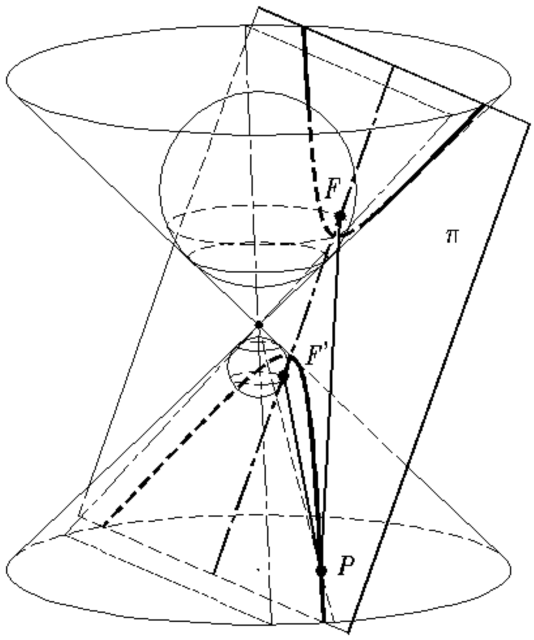
Així doncs, una hipèrbola és el conjunt de punts del pla tals que la diferencia de distàncies (d'aquests punts) a dos punts fixos F,F' (anomenats focus) és constant. Aquesta constant també s'acostuma a designar per 2a.
Prenent els eixos de coordenades al pla π tal com es va fer en el cas de l'el·lipse i operant de la mateixa manera, si ara definim b²=c²-a² es veu que la condició

$|d-d'|=2a$

es tradueix en coordenades com

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

que és l'anomenada equació reduïda de la hipèrbola de paràmetres a,b (aquí no fa falta que sigui $a \geq b$).
Tot i que el "semieix" b no té una clara interpretació geomètrica, també s'anomenen semieixos els paràmetres a i b; c és la semidistancia focal, els punts (a,0) i (-a,0) són els vèrtex i a (0,0) se li diu el centre. Com en el cas de l'el·lipse, els eixos de coordenades, s'anomenen eixos (principals) de la hipèrbola. També com en el cas de l'el·lipse, els eixos de coordenades són eixos de simetria de la hipèrbola. La excentricitat e:= $\frac{c}{a}$ es ara més gran que 1.



3.1.4.PARÀBOLA

La paràbola és la figura plana que s'obté de tallar una superfície cònica de revolució per un pla que sigui paral·lel exactament a una generatriu i que no passi pel vèrtex. Es pot demostrar que els punts de la paràbola són exactament els punts del pla π que disten de F (el focus) el mateix que de la recta d (anomenada directriu):

$$\overline{PF}=\overline{PP'}$$

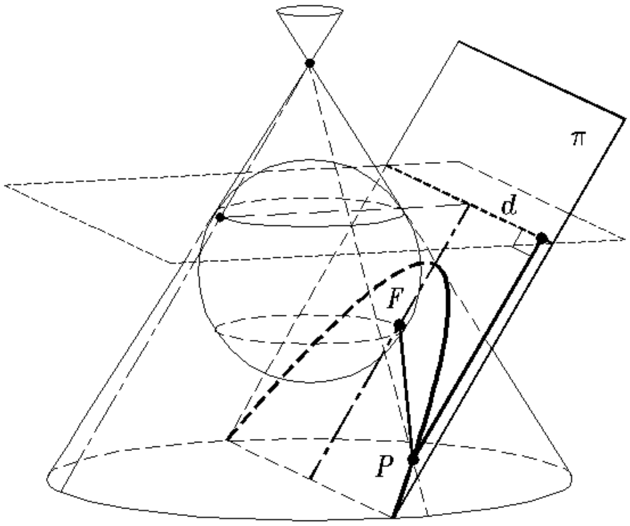
Així doncs, una paràbola és el conjunt de punts del pla que disten el mateix d'una recta i d'un punt no situat sobre la recta (d'una altra manera la paràbola degenera en una recta).
A fi de trobar l'equació reduïda de la paràbola de focus F i directriu d, prenem en el pla π com eix d'abscisses la perpendicular a d per F (en el sentit determinat per F) i

com eix d'ordenades la mediatriu del segment $\overline{FG}$, i anomenen p la distancia de G a F.

La condició $\overline{PF} = \overline{PP'}$ en coordenades es converteix en:

$y^2 = 2px$,

que és la equació reduïda. L'origen de coordenades s'anomena vèrtex de la paràbola i l'eix d'abscisses, eix de la paràbola.



3.2. QUÀDRIQUES

Es denominen superfícies quàdriques , al conjunt de punts a l'espai que satisfan una equació del tipus:

$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2b_1x + 2b_2x + 2b_3z + c = 0$;

el que geomètricament equival a buscar superfícies a l'espai tridimensional tals que qualsevol secció plana és una cònica.

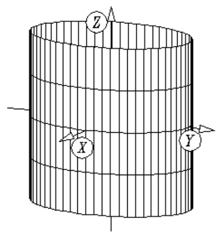
Algunes característiques de les quàdriques:

SUPERFÍCIES REGLADES: Una superfície reglada, en geometria, és la generada per una recta, denominada generatriu, al desplaçar-se sobre una corba o vàries, denominades directrius.

SUPERFÍCIES DESENVOLUPABLES: Un cas especial de les superfícies reglades són les desenvolupables, que mitjançant deformacions que no alteren les distàncies entre els seus punts, poden ser transformades en un fragment pla.

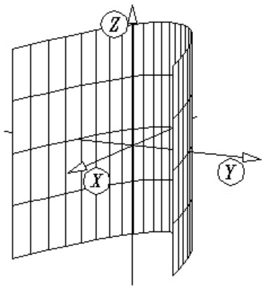
3.2.1.CILINDRE EL·LÍPTIC (CAS PARTICULAR, EL CILINDRE CIRCULAR)

A partir d'una circumferència (cilindre circular) o bé una el·lipse (cilindre el·líptic), considerant en l'espai totes les rectes perpendiculars a la mateixa neix el cilindre circular o el·líptic. (Es tracta doncs d'una superfície reglada, ja que tota ella està formada per rectes, i desenvolupable en un pla).
Totes les seccions planes possibles seran: el buit, una recta, dos rectes paral·leles, circumferències o el·lipses.



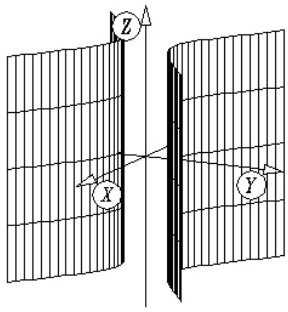
3.2.2. CILINDRE PARABÒLIC

A partir d'una paràbola, considerant en l'espai les rectes perpendiculars a la mateixa, es genera el cilindre parabòlic. Es tracta d'una superfície reglada i desenvolupable. Les seccions planes possibles seran: el buit, una recta, un parell de rectes paral·leles i paràboles.



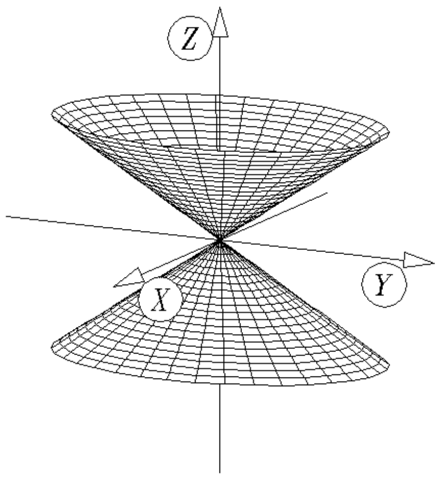
3.2.3. CILINDRE HIPERBÒLIC

A partir d'una hipèrbola, les rectes perpendiculars als dos ramals de la mateixa generen en l'espai el cilindre hiperbòlic (superfície reglada, desenvolupable i amb doble component). Les seccions planes possibles seran: el buit, una recta, un parell de rectes paral·leles e hipèrboles.



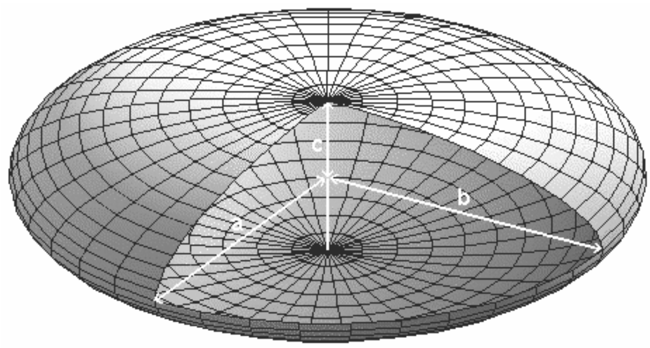
3.2.4. CON EL·LÍPTIC (CAS PARTICULAR, EL CON CIRCULAR)

És la quàdrica reglada i desenvolupable en el pla generada per una el·lipse, un punt exterior al pla de la el·lipse i les rectes pel punt que tallen a la el·lipse. Es tractarà d'un con on les seves seccions possibles seran sempre un punt, una recta, un parell de rectes concurrents o el·lipses, paràboles e hipèrboles. En el cas de seccions el·líptiques, els seus focus seran els punts de tangència d'esferes tangents al con i al pla determinant de la secció. El con circular, de revolució, és necessariament el més simple i emblemàtic.



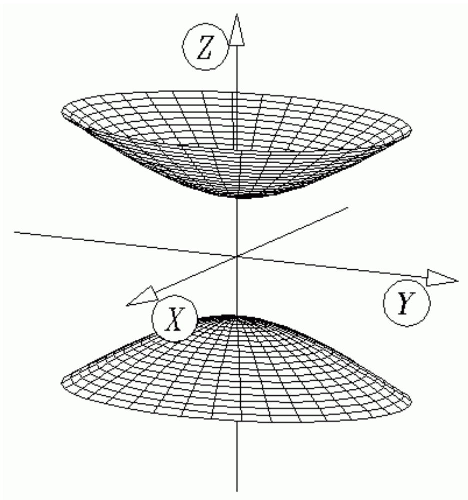
3.2.5. EL·LIPSOIDE (CASOS PARTICULARS: ESFEROIDE I ESFERA)

Aquesta quàdrica especial és una superfície tancada, <u>ni desenvolupable, ni reglada</u>, on totes les seves seccions planes són el·lipses. En particular la esfera es l'el·lipsoide amb totes les seves seccions circumferències. Qualsevol el·lipsoide es pot considerar com el resultat d'una transformació afí (canvi d'escala en els tres eixos) d'una esfera.



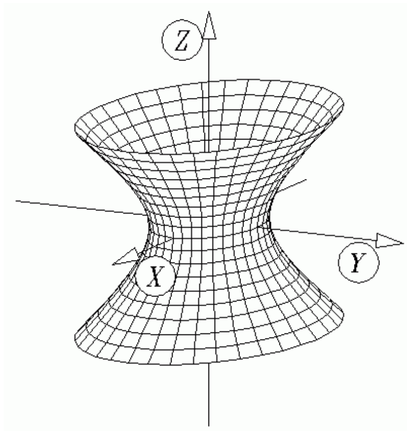
3.2.6. HIPERBOLOIDE DE DOS FULLS

Quàdrica doble. Les seves seccions planes són hipèrboles, o el·lipses o el buit. <u>No és desenvolupable, ni reglada</u>. Admet un cas de revolució corresponent a la superfície generada per una hipèrbola que gira al voltant de l'eix de simetria que talla els seus dos braços.



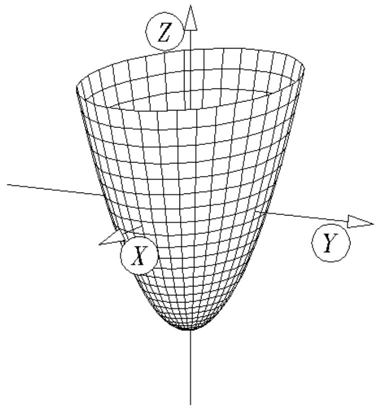
3.2.7. HIPERBOLOIDE D'UN FULL

Les seccions planes d'aquesta quàdrica són hipèrboles o el·lipses i la versió de revolució correspon a la hipèrbola que gira al voltant d'un eix de simetria situat entre els dos braços de la corba. És una superfície reglada, no desenvolupable.
En el cas més simple, es consideren dos circumferències paral·leles iguals, amb n divisions numerades però havent una de les circumferències girada respecte de l'altre. Al unir mitjançant rectes els punts de numeració corresponents es genera l' hiperboloide d'un full.
Si les circumferències no estiguessin girades resultaria un cilindre i si ho estiguessin 180º resultaria un con, així doncs, els hiperboloides formen una família intermèdia entre cilindre i con.



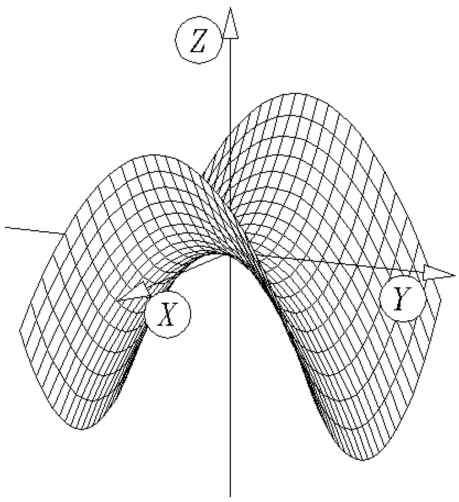
3.2.8. PARABOLOIDE EL·LÍPTIC (CAS PARTICULAR: PARABOLOIDE CIRCULAR)

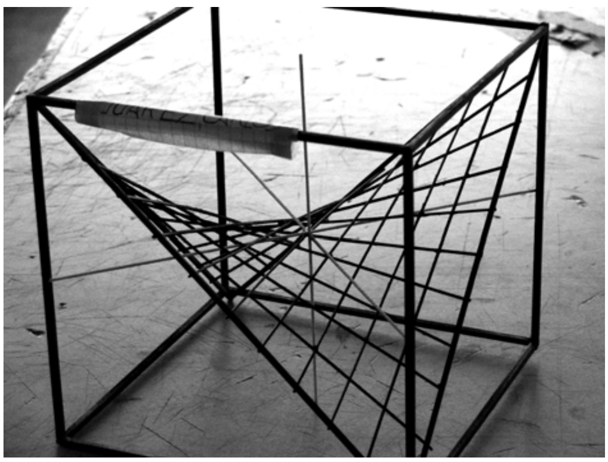
Les seves seccions planes són el·lipses o hipèrboles. (<u>Superfície no reglada</u>)



3.2.9. PARABOLOIDE HIPERBÒLIC

Es una quàdrica <u>reglada</u> molt útil. Les seves seccions planes són hipèrboles, paràboles o rectes, essent generable com a conjunt de rectes que es recolzen en un quadrilàter espacial.

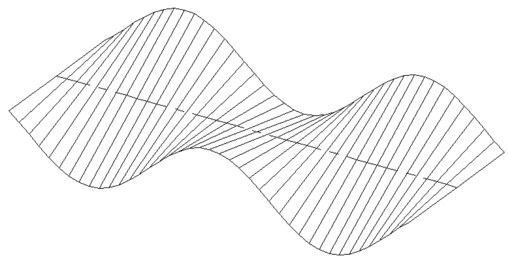




3.3. ALTRES CORBES SINGULARS

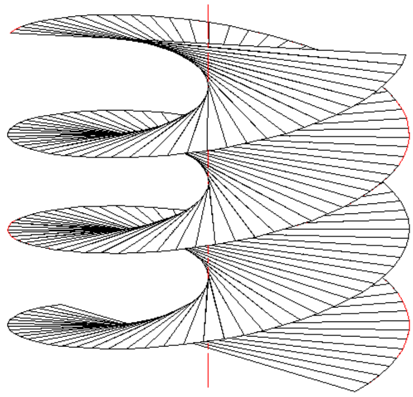
3.3.1. CONOIDE

Superfície reglada que es genera per una successió de rectes recolzades en una recta i una superfície corba (per exemple una sinusoide).



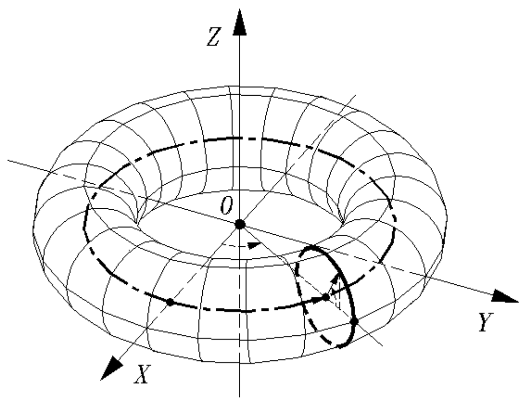
3.3.2. HELICOIDE

L'helicoide és una superfície reglada generada per una línea recta que gira segons una espiral al voltant d'un eix vertical. L'helicoide que es mostra utilitza l'hèlix circular.



3.3.3. TOR

Un tor és una superfície de revolució generada per una circumferència que gira al voltant d'una recta exterior coplanària. (No reglada)



4. IDENTIFICACIÓ DE FORMES GUERXES EN ARQUITECTURES EMBLEMÀTIQUES A LA CIUTAT DE BARCELONA

4.1. LA PEDRERA

La casa Milà és un dels edificis més singulars de l'arquitecte Antoni Gaudí ubicat al Passeig de Gràcia. Una de les peculiaritats de l'edifici és que aconsegueix a partir d'una estructura reticular de ferro que la façana es converteixi en únicament un envolvent (la façana ja no és portant) i d'aquesta manera l'arquitecte té més llibertat per formalitzar-la.

A les golfes, s'observen uns arcs construïts amb totxos plans en forma d'arcs catenaris (funció hiperbòlica). És molt interessant observar a l'exposició com va construir aquests arcs i la implicació que tenen en el món de la construcció i l'arquitectura. (l'arc catenari és la forma que sorgeix al agafar una corda pels dos costats i deixar que la gravetat faci la seva feina. És un tipus d'arc molt estable. Gaudí va ser un dels primers a aplicar-lo)

FAÇANA NO PORTANT

ARCS CATENARIS

4.2. PALAU GÜELL

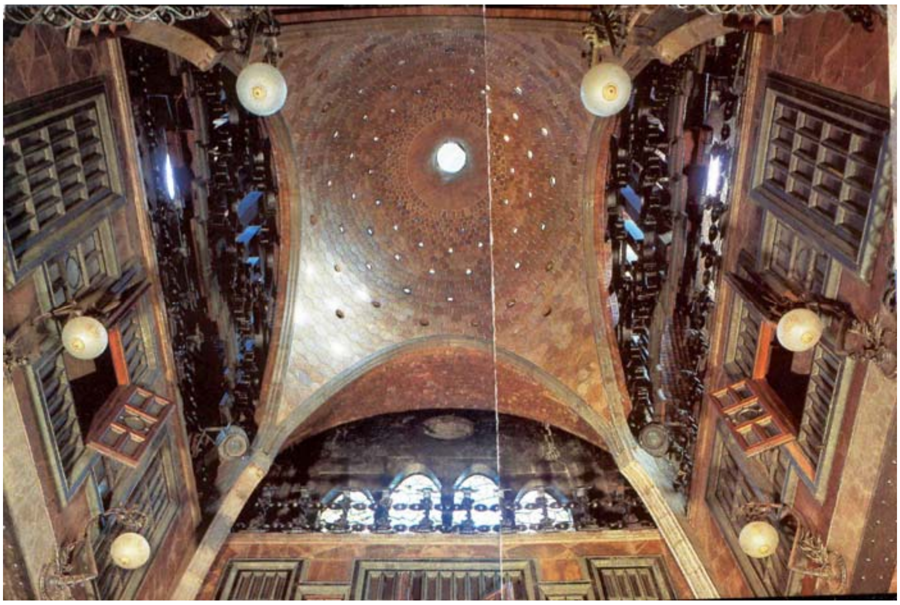
Edifici de l'arquitecte Antoni Gaudí ubicat a l'estret Carrer Nou de la Rambla construït entre els anys 1886 i 1890.

Les enormes entrades al palau en forma d'arcs parabòlics possibilitaven l'accés a carruatges i cavalls. L'accés als estables del soterrani es fa a través d'una escala helicoïdal.

El rebedor central del palau té una cúpula en forma d'hiperboloide de revolució.

ACCÉS AMB ARCS PARABÒLICS

ESCALA HELICOIDAL



CÚPULA. HIPERBOLOIDE

REMAT COBERTES. CON

4.3. MERCAT DE SANTA CATERINA

Mercat reformat l'any 2005 pel jove arquitecte Enric Miralles i Carme Pinós primer i després Benedetta Tagliabue, ubicat al costat de la catedral al carrer d'en Giralt El Pellisser.
La nova coberta del mercat, que sobresurt del perímetre dels antics murs del mercat, principal element de la reforma, és una superfície reglada determinada per uns perfils d'aspecte sinusoïdals. Es va cobrir amb hexàgons ceràmics de diversos colors.

4.4. COSMOCAIXA

CosmoCaixa és el nom que va adoptar el conegut Museu de la Ciència de Barcelona després de la última remodelació al 2004. S'ubica al carrer Teodor Roviralta 47.
L'edifici fou obra de Josep Domènech i Estapà (1904-1909) amb la finalitat de ser un centre per cecs que durà fins 1979-1980, quan fou remodelat i ampliat per Jordi Garcés i Enric Sòria per convertir-se en el Museu de la Ciència. La última reforma inaugurada l'any 2004 fou realitzada per Terradas Arquitectes.

L'eix de comunicació vertical principal és una rampa helicoïdal.

4.5. TORRE AGBAR

La torre Agbar és un gratacels ubicat en la confluència de l'avinguda Diagonal i el carrer Badajoz al costat de la plaça de les Glòries i que marca l'entrada al districte tecnològic del 22@. Té 34 plantes sobre la superfície i 145 metres d'altura.

La torre fou dissenyada per l'arquitecte Jean Nouvel que construeix un edifici cilíndric (forma molt discutida a nivell popular) amb una coberta amb forma similar al paraboloide de revolució.

Durant la nit les cares exteriors de l'edifici s'il·luminen de manera canviant.

4.6. PARC DE RECERCA BIOMÈDICA

El parc de Recerca Biomèdica ubicat al costat de l'hospital del Mar i dissenyat pels arquitectes Manuel Brullet i Albert Pineda està concebut com a campus de producció intensiva de coneixement en l'àmbit de la biomedicina i les ciències de la salut que destaca pels investigadors d'alt nivell, la seva internalització i la seva massa crítica.

L'edifici té forma de tronc cònic amb base el·líptica. (el tronc cònic és la porció de con delimitada per dos plans que el tallen perpendiculars a l'eix. En aquest cas els dos plans que tallen el con no són perpendiculars a l'eix).

4.7. SAGRADA FAMILIA

El temple expiatori de la Sagrada Família ubicat entre els carrers Mallorca i Marina a l'interior de l'eixample és el projecte més emblemàtic i genial de l'arquitecte Antoni Gaudí. La construcció es va iniciar l'any 1882 i en l'actualitat continua a mans de l'arquitecte Jordi Bonet i el seu equip tècnic. Es preveu que podrà estar acabada l'any 2025. És un monument religiós basat en combinacions geomètriques úniques.

COLUMNES

Les columnes de la nau presenten una distribució de branques superiors que recolzen en uns nusos que son el·lipsoides sobre unes columnes de doble gir. Aquestes columnes les crea a través d'un moviment combinat de rotació i translació de polígons iguals que giren en sentits contraris. A mesura que puja la columna les seccions deixen de ser planes per ser més circulars.

LLUERNARIS I CAPITELLS

Els lluernaris per on entra la llum tenen forma d'hiperboloides de revolució. Per aconseguir que les càrregues descansin sobre les quatre columnes de cada pilar fa servir paraboloides hiperbòlics. Al ser geometries que es composen de rectes (reglades) són de més fàcil construcció i treballen millor mecànicament.

ESCALES DE CARGOL

Les torres disposen d'unes escales helicoïdals que deixen la part central buida per situar-hi allà unes campanes tubulars.

ESCOLES DE LA SAGRADA FAMILIA

Aquestes escoles es varen construir pels fills dels treballadors del Temple, dins del mateix solar. Es tractava d'una construcció concebuda com a provisional on Gaudí disposava de pocs recursos econòmics per a la seva construcció.
La coberta és té forma de conoide (superfície reglada).

5. FORMA - FUNCIO A LA SAGRADA FAMÍLIA

0. INTRODUCCIÓ:

En moltes ocasions s'ha vist l'obra de Gaudí com la d'un arquitecte més del modernisme català, caracteritzat per l'ús de formes orgàniques o relacionades amb la naturalesa, per l'ús de línies corbes i ondulades, per l'ús de materials revaloritzats com el totxo ceràmic vist, el mosaic trencadís... i és ben cert que Gaudí participa en aquesta tendència característica del seu temps però hi han bastants motius que fan que Gaudí s'hagi de tractar com un tema apart per la seva genialitat que supera unes tendències estilístiques i ornamentals.

Un dels punts que millor marca la diferència és justament en la síntesis entre la forma i la funció d'allò que projecta, de tal forma que no són capritxos estilístics que siguin la moda del temps sinó que troba una raó de ser segons la funció per a que ha estat pensat.

Per comprovar-ho es proposa la següent activitat per a ser treballada in situ:

1. ESCOLES ANNEXES A LA SAGRADA FAMÍLIA

Aquestes escoles dissenyades per Gaudí es van concebre com a provisionals i es varen construir pels fills dels treballadors del temple de la Sagrada Família.

a) Quins materials va fer servir per construir les escoles? Creus que són materials econòmics?

Façanes i coberta de totxo pla, paviment lliscat de ciment pòrtland i revestit de parets amb lliscat de guix. Són materials molt econòmics.
(Cal tenir en compte que en aquella època la repercussió de la mà d'obra en el preu final de les construccions era molt menor que en l'actualitat).

b) Quines formes geomètriques observes en la construcció?

Coberta i façanes: conoides

c) Tenint en compte que les façanes de les escoles tenen 5,60 m d'altura i un gruix de 10 cm (dos totxos de 4cm + junta) i que les escoles sols tenen una planta. Per què creus que té aquesta forma?

El conjunt de superfícies ondulades no respon a una tendència estilística ni a una voluntat d'imprimir un segell personal sinó a una genialitat d'aconseguir una estructura estable amb el mínim material. La paret de tancament, sols té dos capes de totxo pla, de 4 cm de gruix cadascuna, amb un gruix total inferior a 10 cm i la seva altura arriba als 5,60 m d'altura.
És, per tant, extremadament esvelt i seria massa inestable si no fos justament per la ondulació que li dona rigidesa davant la força del vent. (Si es volgués aguantar dreta una cartolina sobre una taula, li hauria de fer uns plecs o donar-li forma, sinó cauria). Per això la ondulació té un sentit estructural.

d) Com creus que pot influir en la construcció de les façanes que tota la seva superfície és reglada? Com creus que es poden construir les façanes? (Respondre després de la visita).

La superfície d'aquestes façanes està formada per unes superfícies reglades guerxades (conoides). El conoide és una superfície que conté tota una sèrie de rectes, generatrius, totes elles paral·leles a un pla director i cadascuna d'elles es recolza simultàniament en dos línees guies, directrius, una recta i una altra corba.

Al ser una superfície reglada permet marcar amb fils les direccions del creixement de la façana.

Per construir les façanes d'aquestes escoles fa falta primer construir aquestes línies directrius. La guia corba es dibuixa al terra, com una sinusoide ondulada. Per a fer la guia recta, es tensa una corda o es disposa d'una barra metàl·lica horitzontal penjada a una certa alçada, intermèdia entre els punts més alts i els més baixos de la coberta.

Llavors, es van posant tota una sèrie de cordes cada 10 o 15 cm., cordades a la barra recta des de dalt i fins la sinusoide de sota. Finalment es van aixecant les parets seguint el guiat de les cordes i al ser la dimensió del totxo el suficientment petit en comparació amb el conjunt de la superfície, la peça s'adapta bé i s'aconsegueix el resultat que s'observa.

2. COLUMNES I LLUERNARIS DEL TEMPLE DE LA SAGRADA FAMÍLIA

Gaudí va superar el gòtic de les catedral al temple de la Sagrada Família i especialment en l'entramat estructural i en la formalització de les voltes i lluernaris de la coberta.

a) Es diu que l'arquitectura de Gaudí agafa formes que trobem a la natura. Aquestes semblances es deuen a que Gaudí buscava a la natura solucions pels seus projectes arquitectònics.
A què et recorden els pilars de la nau central del temple? I els lluernaris del sostre?

Els pilars recorden als arbres i els lluernaris a les flors.

b) Si et fixes bé, observaràs que a diferència de les catedrals gòtiques, Gaudí va eliminar els contraforts i arcbotants, i va poder dissenyar les façanes a voluntat. De quina manera creus que ho aconsegueix?

La concepció del temple com a un bosc d'arbres (columnes) amb branques (ramificacions) i fullatge (voltes) li permet concebre que cada arbre suporti el seu fullatge sense necessitar dels arbres veïns.

Gràcies a la concepció d'aquestes columnes-arbre porta les càrregues directament als fonaments pel centre de gravetat de la secció i pot eliminar els arcbotants i contraforts.

c) També podràs observar que no hi han catedrals gòtiques amb obertures a la coberta. Quina forma geomètrica tenen els lluernaris? I quina forma geomètrica s'observa entre els capitells dels pilars?

Els lluernaris són hiperboloides d'un full.
Entre capitells de pilars s'observen paraboloides hiperbòlics.

d) Quins avantatges té que els lluernaris tinguin aquesta forma geomètrica?

Els hiperboloides fan la funció de difusors de la llum.

6. BIBLIOGRAFIA

- Alsina, Claudi (ed.) (2009): *Geometría para turistas*.

- Giralt Miracle, D. (ed.) (2002): *Gaudí. La recerca de la forma.*

- Burry, Mark – Coll Grifoll Jordi – Gómez Serrano Josep (ed.) (2010): *Sagrada Família S.XXI. Gaudí ara.*

- Alsina, Claudi – Trillas, Enric (ed.) (Servei de publicacions de l'ETSAB): *Temas de Álgebra y Geometría. Curso para estudiantes de arquitectura.*

- http://www.gaudiallgaudi.com/EA002.htm

- http://artigoo.com/estructura-hiperboloide